Le problème de Schrödinger, un point de vue analytique

I. Gentil

Abstract

Ce cours est divisé en trois parties, le but étant de comprendre le problème de Schrödinger avec un point de vue analytique.
Le premier cours porte sur le problème de Schrödinger. C'est un problème de minimisation de l'entropie sur un ensemble de mesures de probabilités sur les trajectoires. Ce problème a été énoncé par Schrödinger lui même dans les années 30. Dans ce premier cours on verra les théorèmes fondamentaux sans forcément entrer dans les preuves techniques.
Le deuxième cours porte sur le calcul d'Otto. Ce calcul permet, au moins de façon heuristique, de considérer l'espace des mesure de probabilités (par exemple sur une variété riemannienne) comme une variété riemannienne de dimension infinie. L'intérêt du calcul d'Otto est d'avoir un point de vue flot de gradient d'équations paraboliques classiques. Par exemple, l'équation de la chaleur est le flot de gradient de l'entropie par rapport à la métrique d'Otto.
Enfin le dernier cours rapproche Schrödinger et Otto. On montre que les minimiseurs du problème de Schrödinger vérifient une équation de Newton au sens d'Otto. Cette formulation, montrée récemment par G. Conforti, permet de voir le problème de Schrödinger comme la minimisation d'un lagrangien en dimension infinie.